

## ИЗВЕШТАЈ О ОЦЕНИ МАСТЕР РАДА

---

**Наслов рада:** Метод Рајдемајстер-Шрајера и његово уопштење за полугрупе  
**Кандидат:** Ивана (Божидар) Грковић, рођена 8.6.1985. у Новом Саду  
**Година уписа и студијски програм:** 2009; Дипломирани математичар – мастер

---

Метод Рајдемајстер-Шрајера (Reidemeister, Schreier) представља једно од најфундаменталнијих, класичних оруђа комбинаторне теорије група. Наиме, полазећи од дате презентације групе  $G$ , он омогућава да се на основу информације о косет-графу подгрупе  $H$ , тј. о десном дејству генератора групе  $G$  на десне косете подгрупе  $H$ , добије презентација посматране подгрупе. Између осталог, овај метод повлачи да је подгрупа коначног индекса коначно генерисане (коначно презентиране) групе такође коначно генерисана (коначно презентирана); такође, на основу њега се, без нарочитих тешкоћа, елегантно изводи чувена теорема Нилсен-Шрајера о подгрупама слободних група.

Овај метод развијен је 20-тих година прошлог века, са мотивацијом која је (као уосталом и цела комбинаторна теорија група) долазила из геометрије и топологије. Међутим, много новијег датума (рецимо, од пре 10-15 година па надаље) јесу адаптације овог метода у разним ситуацијама и проблемима комбинаторне теорије *полугрупа*. Уопштења Рајдемајстер-Шрајеровог метода за полугрупе, којим се на основу дате презентације и десне акције генератора полугрупе на подструктуре одговарајућег типа добијају презентације потполугрупа, (десних) идеала, подгрупа, односно Шиценбержерових (Schützenberger) група посматране полугрупе, јесу резултат вишегодишњег рада (заправо, можемо рећи: пројекта) вероватно најзначајнијег светског центра за комбинаторну теорију полугрупа – групе за алгебру Универзитета у Сент Ендрјузу (St Andrews), Шкотска. Недвосмислени предводник ове групе јесте наш Новосађанин, Никола (Ник) Рушкуц, који је описане резултате добио што у самосталним радовима, што у сарадњи са К. Кемпбелом, Е. Робертсоном и Р. Томасом. У најновије време, Рушкуц и Роберт Д. Греј су нашли изузетно значајне примене овог метода, под чиме подразумевамо теорију Гриновог индекса у полугрупама, као и ништа мање него спектакуларан доказ да свака група може бити максимална подгрупа неке слободне идемпотентно-генерисане полугрупе над одговарајућим биуређеним скупом (чиме је у веома "јаком" смислу оборена више од 30 година стара Намбурипадова хипотеза). Много слабији резултат у том правцу добили су готово истовремено Бритенхам, Марголис и Микин користећи методе алгебарске топологије. Ово показује да је метода Рајдемајстер-Шрајера заправо математички алат неочекиване дубине и моћи.

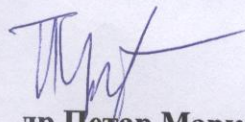
Највећи део напред укратко скициране теорије се синтетизује у мастер раду Иване Грковић. Она даје један веома кохерентан и компактан преглед описане материје, полазећи од класичних резултата у теорији група и показујући како одговарајуће идеје у амбијенту комбинаторне теорије полугрупа природно извиру из групно-теоријског контекста, са којим чине логичку целину. Овај текст ће у будућности представљати велику вредност за све студенте који намеравају да се специјализују у области алгебре, јер не само да је јединствен на нашем језику, већ и иначе представља један свеобухватан увод у значајну и сложену теорију. Усвајање овог текста доводи читаоца до саме границе најсавременијих научних истраживања у одговарајућим областима и представља први корак у увођењу у научни рад, за који се надамо да ће кандидат наставити на докторским студијама.

Рад се састоји од предговора, 5 глава математичког садржаја, те списка референтне литературе, у укупном обиму од  $vi+52$  страна. У првој глави, која је уводног карактера, уводе се основни појмови као што су слободне (полу)групе, те групне, моноидне и полугрупне презентације. У другој глави се излаже класичан Рајдемајстер-Шрајеров процес преписивања из комбинаторне теорије група. Тема треће главе јесу уопштења овог метода за потполугрупе и подгрупе дате полугрупе, а адаптација тих уопштења за Шиценбержерове групе дате  $D$ -класе посматране полугрупе предмет је четврте главе. Најзад, у петој глави су дати примери примена ових метода у израчунавању максималних подгрупа слободних идемпотентно-генерисаних полугрупа.

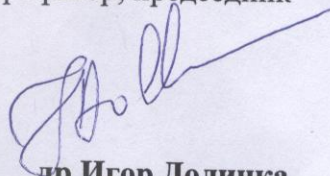
Сматрамо да је приложени мастер рад веома квалитетан, те стога предлагемо Већу Департамента за математику и информатику да прихвати позитивну оцену рада и одобри његову одбрану.

Нови Сад, 30.9.2010.

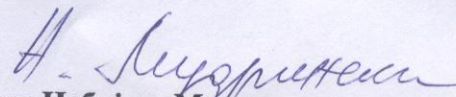
Комисија за оцену и одбрану рада:



**др Петар Марковић**  
ванредни професор, председник



**др Игор Долинка**  
редовни професор, ментор



**др Небојша Мудрински**  
доцент, члан